

Sintonia de Controlador PID por Otimização Evolucionária para Sistemas com Atraso Sujeitos a Atuadores Saturantes

Frederico Barcelos dos Santos

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
fredericobarcelos26@gmail.com

Artur Cesar da Silva

Graduação em Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
silva.artur@protonmail.com

Giovani Guimarães Rodrigues

Departamento de Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
giovani@cefetmg.br

Ana Paula Batista

Departamento de Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
ana@cefetmg.br

Eduardo Nunes Gonçalves

Departamento de Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
eduardong@cefetmg.br

Everthon de Souza Oliveira

Departamento de Engenharia Elétrica
CEFET-MG[§]

Belo Horizonte, Brasil
oliveira@cefetmg.br

Resumo—Este trabalho propõe um método numérico, descrito como um problema de otimização restrito, para a sintonia de controladores PID visando a maximização do atraso tolerável aplicado a um sistema sujeito a saturação dos atuadores. Os algoritmos Evolução Diferencial e Bisseção são utilizados para obtenção da solução. A função de transferência da malha de nível de uma planta didática de tanques acoplados identificada a partir de dados experimentais foi utilizada no estudo de caso. Duas simulações numéricas demonstram o comportamento do método proposto em comparação com um método analítico disponível na literatura. Os resultados indicam que o método proposto possui certo conservadorismo. Contudo, é capaz de fornecer uma aproximação do máximo atraso tolerável, respeitando os limites de saturação.

Index Terms—Controlador PID, Otimização, Sistemas com Atraso, Atuadores Saturantes.

I. INTRODUÇÃO

A sintonia de controladores é, naturalmente, um problema que compreende compromissos entre esforço de controle, desempenho e robustez. Além disso, a complexidade estrutural deve ser ponderada com o objetivo de facilitar a implementação prática. Neste contexto, os controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) destacam-se devido a simplicidade, capacidade de estabilização e adaptabilidade a diferentes problemas de controle [1], possuindo alto impacto no cenário industrial [2].

Existem diversas técnicas para projeto de controladores PID como a regra de sintonia Ziegler-Nichols [3] e o Método do

Modelo Interno (IMC, do inglês, *Internal Model Control*) [4]. Além dessas, a sintonia de controladores por meio de algoritmos de otimização e inteligência computacional têm sido explorada recentemente devido a capacidade de tratamento dos compromissos e restrições práticas existentes [5], [6].

Dentre algumas características, considerar o atraso durante o processo de sintonia surge como preocupação primordial, uma vez que estão presentes em aplicações como sistemas de controle em rede [7], abordagem relevante no contexto de Indústria 4.0. Ainda, a restrição dos limites de operação dos atuadores também deve ser considerada a fim de evitar degradação de desempenho e, em último caso, instabilidade em malha-fechada [8, p. 5].

Em [9], um método de otimização restrito e um método de otimização irrestrito são propostos para sistemas de múltiplas entrada e múltiplas saídas (MIMO, do inglês, *Multi-Input Multi-Output*) com atraso em que os objetivos são: garantir desempenho através da métrica Integral do Erro Absoluto (IAE, do inglês, *Integral of the Absolute Error*) e robustez por meio das métricas de margem de fase e margem de ganho para controladores PID. De maneira similar, os autores de [10] utilizam otimização não convexa para aumentar a robustez do sistema à incertezas de ganho e fase simultaneamente, impondo restrições ao limite de esforço de controle, estabilidade em malha-fechada e largura de banda. Em [11], [12], os autores propõem um método analítico de escolha dos parâmetros do controlador PID para maximizar a robustez ao atraso baseado na solução de um problema de otimização

[§]CEFET-MG: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

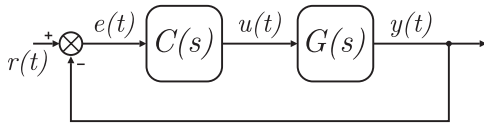


Figura 1. Diagrama de Blocos - Sistema de Controle por Realimentação.

não-linear restrito por meio da condição de Fritz-John, sem considerar os limites de saturação dos atuadores. Em [13], os autores tratam o problema de sintonia de controladores PID para sistemas MIMO composto por sistemas instáveis de primeira ordem com atraso por meio de otimização, aumentando a robustez através do projeto do controlador por meio de um projeto dividido em dois estágios.

Tendo em vista o que foi desenvolvido nos trabalhos citados, as principais contribuições deste trabalho são:

- 1) Tratar o problema de atuadores saturantes com o objetivo de maximização de atraso tolerável através da proposição de um novo problema de otimização restrito;
- 2) Investigar o efeito da saturação dos atuadores na robustez do sistema.

O texto está organizado em nove seções. A Seção que segue apresenta conceitos preliminares, enquanto que a Seção III descreve o problema investigado formalmente. Posteriormente, a Seção IV define os métodos utilizados baseados em otimização evolucionária. A Seção VI apresenta o processo de identificação feito, seguida das Seções VII e VIII que descrevem o setup experimental, expõem e discutem os resultados. Por fim, a Seção IX encerra o trabalho, sugerindo propostas de continuação.

Notação: Os conjuntos dos números reais e reais positivos são representados por $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}_+$. De maneira similar, $\mathbb{R}^n$ caracteriza o conjunto de vetores de dimensão n com elementos reais. A operação de transposição é indicada pelo sobrescrito T . Por fim, $\mathcal{U}_a^b$ e $\mathcal{I}_{(m)}$ denotam números pseudo-aleatórios reais e inteiros com distribuição uniforme nos intervalos (a,b) e $[1,m]$ respectivamente.

II. PRELIMINARES

Baseado no diagrama de blocos da Figura 1, as funções de transferência de sensibilidade $S(s)$ e de sensibilidade complementar $T(s)$ são definidas como:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \quad (1)$$

em que $L(s) = G(s)C(s)$, verificada a propriedade $S(s) + T(s) = 1$.

Além de serem úteis no contexto de robustez, as funções de sensibilidade descrevem a relação existente entre vários sinais do sistema da Figura 1. No caso de sistemas com atuadores saturantes, a função de transferência $M(s)$ que mapeia o sinal de referência $r(t)$ no sinal de ação de controle $u(t)$ possui relevância. Conforme definido em [10], tal função de transferência é definida por:

$$M(s) = C(s)S(s) = \frac{C(s)}{1 + L(s)}. \quad (2)$$

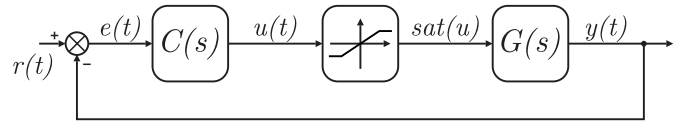


Figura 2. Diagrama de Blocos do Sistema de Controle sujeito a Atuadores Saturantes.

III. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Considere um sistema SOPTD (Second-Order Plus Time-Delay) sujeito a atuadores saturantes descrito por:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+p)}e^{-\tau s}, \quad (3)$$

em que $p, \tau \in \mathbb{R}_+$ são parâmetros que representam a localização do polo e o atraso do processo respectivamente. Seja $G_0(s)$ a função de transferência nominal sem atraso:

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+p)}. \quad (4)$$

Suponha, ainda, que o atraso seja incerto, contido em um intervalo desconhecido.

A função de transferência do controlador PID na forma paralela com filtro de ação derivativa é definida como:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\alpha s + 1}, \quad (5)$$

sendo $K_p, K_i, K_d, \alpha \in \mathbb{R}_+$.

Por conta da saturação dos atuadores, assumida simétrica, a ação de controle $u(t)$ é limitada no intervalo $u \in [u_{min}, u_{max}]$ com $u_{max} \in \mathbb{R}_+$ e $u_{min} = -u_{max}$. Então, uma representação apropriada é dada por:

$$sat(u) = \begin{cases} u_{min}, & \text{se } u < u_{min} \\ u, & \text{se } u_{min} < u < u_{max} \\ u_{max}, & \text{se } u > u_{max} \end{cases} \quad (6)$$

O diagrama de blocos apresentado na Figura 2 ilustra o sistema em malha fechada, incluindo o bloco de saturação.

Conforme [8, p. 24], existem duas maneiras de tratar o problema de projeto de controladores para sistemas lineares sujeitos a atuadores saturantes: evitar ou permitir a saturação. A principal diferença consiste na natureza do problema, uma vez que se torna não-linear caso a saturação seja permitida. Neste trabalho, a abordagem utilizada será projetar um controlador PID baseado no uso de algoritmos de otimização evolucionária a fim de evitar a saturação dentre outros objetivos. Dessa forma, o problema a ser investigado pode ser enunciado como:

Problema 1. *Seja o modelo de um sistema dinâmico dado por (3)-(4) e o controlador PID com estrutura igual a (5), determine os parâmetros K_p, K_i, K_d, α que maximizam o atraso tolerável τ , sujeito a restrições de estabilidade, desempenho em malha fechada e não saturação dos atuadores, definida em (6) para o sistema (4).*

IV. SINTONIA DE CONTROLADOR PID - MAXIMIZAÇÃO DO ATRASO TOLERÁVEL

A. Método Analítico

De maneira similar a [12], o problema de maximização do atraso tolerável será investigado por meio da margem de fase do sistema. Sendo assim, tem-se:

$$L_0(s) = G_0(s)C(s) = \frac{K}{s(s+p)} \left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\alpha s + 1} \right), \quad (7)$$

$$T_0(s) = \frac{L_0(s)}{1 + L_0(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (8)$$

em que

$$N(s) = s^2(K_p K \alpha + K_d K) + s(K_p K + K_i K \alpha) + K_i K, \quad (9)$$

$$D(s) = \alpha s^4 + s^3(1 + \alpha p) + s^2(p + K_p K \alpha + K_d K) + s(K_p K + K_i K \alpha) + K_i K. \quad (10)$$

Pelo Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz [14], as desigualdades que seguem devem ser satisfeitas para que a função de transferência $T(s)$ seja estável:

$$\alpha > 0, \quad (11)$$

$$1 + \alpha p > 0, \quad (12)$$

$$(1 + \alpha p)(p + K_p K \alpha + K_d K) - (K_p K \alpha + K_i K \alpha^2) > 0, \quad (13)$$

$$[(1 + \alpha p)(p + K_p K \alpha + K_d K) - (K_p K \alpha + K_i K \alpha^2)][K_p K + K_i K \alpha] - (1 + \alpha p)(K_i K + K_i K \alpha p) > 0. \quad (14)$$

Note que as desigualdades das Equações (11) e (12) são satisfeitas, uma vez que α e p são assumidos positivos. Logo, apenas as desigualdades das Equações (13) e (14) serão levadas em conta como restrições do problema de otimização.

O quadrado do módulo da função de transferência $|L(j\omega)|^2$ avaliado para $\omega \in \mathbb{R}_+$ é igual a:

$$\frac{K^2 \left(K_p^2 + \frac{K_i^2}{\omega^2} + \frac{2K_p K_d \alpha \omega^2 - 2K_i K_d}{1 + \alpha^2 \omega^2} + \frac{K_d^2 \alpha^2 \omega^4 + K_d^2 \omega^2}{(1 + \alpha^2 \omega^2)^2} \right)}{\omega^2(p^2 + \omega^2)}. \quad (15)$$

Solucionando a igualdade $|L(j\omega_{gc})|^2 = 1$, obtém-se o conjunto de frequências de cruzamento de ganho $\omega_{gc} > 0$. Então, igualando a Equação (15) a 1:

$$\begin{aligned} K^2 K_p^2 + \frac{K^2 K_i^2}{\omega_{gc}^2} + \frac{2K^2 K_p K_d \alpha \omega_{gc}^2 - 2K^2 K_i K_d}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2} \\ \frac{K^2 K_d^2 \alpha^2 \omega_{gc}^2 + K^2 K_d^2 \omega_{gc}^2}{(1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2)^2} - \omega_{gc}^2 p^2 - \omega_{gc}^4 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Manipulando e organizando os termos, tem-se:

$$\begin{aligned} -\omega_{gc}^{10} \alpha^4 + \omega_{gc}^8 (-p^2 \alpha^4 - 2\alpha^2) \\ + \omega_{gc}^6 (K^2 K_p^2 \alpha^4 + 2K^2 K_p K_d \alpha^3 \\ + K^2 K_d^2 \alpha^2 - 2p^2 \alpha^2 - 1) + \omega_{gc}^4 (2K^2 K_p^2 \alpha^2 + K^2 K_i^2 \alpha^4 \\ + 2K^2 K_p K_d \alpha - 2K^2 K_i K_d \alpha^2 + K^2 K_d^2 - p^2) + \omega_{gc}^2 (K^2 K_p^2 \\ + 2K^2 K_i^2 \alpha^2 - 2K^2 K_i K_d) + K^2 K_i^2 = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Por fim, a fase do sistema $L(j\omega_{gc})$ é avaliada da seguinte forma

$$\angle L(j\omega_{gc}) = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega_{gc}}{p} + \tan^{-1} \frac{\frac{\omega_{gc} K_d}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2} - \frac{K_i}{\omega_{gc}}}{K_p + \frac{K_d \alpha \omega_{gc}^2}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2}}. \quad (18)$$

Baseado na Equação (18), a margem de fase é obtida fazendo:

$$\begin{aligned} \phi_m &= \angle L(j\omega_{gc}) + \pi \\ &= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega_{gc}}{p} + \tan^{-1} \frac{\frac{\omega_{gc} K_d}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2} - \frac{K_i}{\omega_{gc}}}{K_p + \frac{K_d \alpha \omega_{gc}^2}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

O termo $e^{-\tau s}$ introduz atraso de fase de $\tau \omega_{gc}$ quando avaliado na frequência de cruzamento do ganho ω_{gc} . Logo, o atraso tolerável para que o sistema continue estável é definido por:

$$\tau = \frac{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega_{gc}}{p} + \tan^{-1} \frac{\frac{\omega_{gc} K_d}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2} - \frac{K_i}{\omega_{gc}}}{K_p + \frac{K_d \alpha \omega_{gc}^2}{1 + \alpha^2 \omega_{gc}^2}}}{\omega_{gc}} \quad (20)$$

Portanto, a definição do problema de otimização obtido pelo método analítico é dada por:

$$\begin{aligned} \min_{K_p, K_i, K_d, \alpha} \quad & -\tau \\ \text{sujeito a} \quad & (13), (14) \end{aligned} \quad (21)$$

B. Método Numérico

O método analítico apresentado em [12] é capaz de resolver o problema de maximização do atraso tolerável. Entretanto, a formulação matemática não é válida quando atuadores saturantes são considerados por ser baseada na premissa de linearidade do sistema dinâmico.

Como alternativa, este trabalho propõe um método numérico que é capaz de resolver o problema investigado, relaxando a premissa de linearidade imposta. Tal método consiste em avaliar iterativamente possíveis atrasos contidos em um intervalo incerto $\tau \in [\underline{\tau} \ \bar{\tau}]$ com $0 < \underline{\tau} < \bar{\tau}$, julgando se τ é tolerável baseado na estabilidade do sistema em malha-fechada após obter os ganhos ótimos do controlador PID. Para isso, a sintonia ótima é feita de acordo com o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} x^* &= \arg \min_{K_p, K_i, K_d, \alpha} IAE(K_p, K_i, K_d, \alpha, \tau) \\ \text{sujeito a} \quad & \max(u) - u_{max} < 0, \\ & u_{min} - \min(u) < 0 \end{aligned} \quad (22)$$

em que $IAE : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, sendo $IAE = \int_0^t |r(t) - y(t)| dt$ com $r(t), y(t) \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}_+^4$ tal que $x = [K_p \ K_i \ K_d \ \alpha]^T$. Além disso, $u_{max} \in \mathbb{R}_+$ e $u_{min} = -u_{max}$ são os limites simétricos máximo e mínimo de saturação dos atuadores, enquanto que $u \in \mathbb{R}$ é o sinal de esforço de controle definido como a resposta da função de transferência $M(s)$ quando aplicado o sinal de referência $r(t)$. Note que a função objetivo escolhida é

suficiente para julgar se o sistema é estável dado que o erro de rastreamento $e(t) = r(t) - y(t)$ assume um valor muito maior em comparação com um sistema estável.

Os atrasos são escolhidos a cada iteração por meio do método da bisseção [15, p. 49] baseado no máximo valor de esforço de controle obtido através da resposta de $M(s)$ a um sinal de referência $r(t)$ para o atraso τ aproximado pela Aproximação de Padé de quarta ordem. Um pseudo-código que detalha o funcionamento do algoritmo proposto considerando limites de saturação simétricos é apresentado a seguir.

Algoritmo 1: Pseudo-código para o Método Proposto

```

1 Entradas:  $L, N, M, C_r, F, It_{max}, \Delta f, \underline{\tau}, \bar{\tau}, iter, \beta$ 
2 Dados:  $K, p$ 
3 Resultado:  $\tau_{max}, K_p^*, K_i^*, K_d^*, \alpha^*$ 
4  $a(1:2) = \underline{\tau}; b(1:2) = \bar{\tau};$ 
5  $v(1) \leftarrow a(1);$ 
6  $x^*(:,1) \leftarrow \text{Solução de (22) para } \tau = v(1)$ 
7  $f_p(1) \leftarrow \max(\text{abs}(u(x^*(:,1)))) - u_{max};$ 
8  $f_a(1:2) = f_p(1);$ 
9  $x^*(:,2) \leftarrow \text{Solução de (22) para } \tau = b(1);$ 
10  $f_b(1:2) \leftarrow \text{Solução de (22) para } \tau = v(1);$ 
11 enquanto  $k \leq It_{max}$  faça
12   se  $k \geq iter$  então
13      $\delta f = v(k) - v(k - \beta);$ 
14     /*Critério de Parada*/
15     se  $\max(\delta f) < \Delta f$  então
16        $break;$ 
17   fim
18 fim
19  $\text{Bisseção}(v(k), a(k), b(k), f_p(k), f_a(k), f_b(k));$ 
20  $k = k + 1;$ 
21 fim
22  $\tau_{max} = v(k);$ 
23  $[K_p^* \ K_i^* \ K_d^* \ \alpha^*] = x^*(:,k);$ 
24 retorna  $\tau_{max}, K_p^*, K_i^*, K_d^*, \alpha^*$ 

```

Neste algoritmo, $L \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ é a matriz de limites das variáveis, $N \in \mathbb{R}_+$ é o número de indivíduos na população, $M \in \mathbb{R}_+$ representa o número de gerações, $C_r \in [0,1]$ é a taxa de cruzamento, $F_i = \mathcal{U}_{0,5}^1$ é o fator de escala adotado aleatório para cada mutação, sendo estes os parâmetros de configuração do algoritmo Evolução Diferencial. Os parâmetros do algoritmo Bisseção são dados por $It_{max}, \Delta f, \underline{\tau}, \bar{\tau}, iter, \beta \in \mathbb{R}_+$ que representam, respectivamente, o número máximo de iterações, a tolerância escolhida para a variação da função objetivo, os limites máximos e mínimos do intervalo de procura do máximo atraso tolerável e os parâmetros para configuração do critério de parada, relacionado a variação do atraso máximo tolerável em um intervalo definida pelo parâmetro β . Por fim, os valores dados definem o ganho K e a localização do polo p da função de transferência $G_0(s)$. Note que a solução da Equação (22) é obtida ao resolver o problema de otimização utilizando o algoritmo Evolução Diferencial.

Observação 1. Caso a ideia seja maximizar o atraso tolerável sem considerar atuadores saturantes, o problema de otimização da Equação (22) torna-se um problema irrestrito. Além disso, deve-se avaliar a maior parte real dentre todos os polos no algoritmo da Bisseção.

Observação 2. A principal diferença entre os métodos descritos até o momento consiste na forma de calcular a função objetivo, sendo calculada analiticamente por meio da Equação (20) no método analítico ou numericamente via estimativa do IAE no método numérico proposto.

V. EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Nesta seção, os operadores do algoritmo Evolução Diferencial são apresentados baseados em [16].

A. Inicialização da População

Sejam os limites inferiores e superiores dos indivíduos da população dados por $[x_{min}, x_{max}]$, em que $x_{min} = [x_{min,1}, x_{min,2}, \dots, x_{min,n_d}]^T$ e $x_{max} = [x_{max,1}, x_{max,2}, \dots, x_{max,n_d}]^T$, sendo $n_d \in \mathbb{R}_+$ a dimensão do espaço de busca. O i -ésimo indivíduo da população é obtido através de inicialização randômica dada por:

$$x_{i,j}^t = x_{min,j} + \alpha(x_{max,j} - x_{min,j}) \quad \forall j = 1, \dots, n_d, \quad (23)$$

em que $i = 1, \dots, N$, $\alpha = \mathcal{U}_0^1$.

B. Mutação

Dados r_1, r_2, r_3 , escolhidos sendo $r_j = \mathcal{I}_{(N)}$ em que $j = 1, \dots, 3$, a i -ésima solução mutante da t -ésima geração, v_i^t é obtida da seguinte forma:

$$v_i^t = x_{r_1}^t + F_i \cdot (x_{r_2}^t - x_{r_3}^t), \quad (24)$$

em que $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$. F_i é o fator de escala para cada mutação, sendo dado por $F_i = \mathcal{U}_{0,5}^1$.

C. Cruzamento

O cruzamento entre as i -ésimas soluções da t -ésima população, X^t , e da população mutante, V^t , gera a população teste U^t dada por:

$$u_{i,j}^t = \begin{cases} v_{i,j}^t, & \text{se } \mathcal{U}_0^1 \leq C_r \quad \text{ou} \quad j = \delta_i \\ x_{i,j}^t, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (25)$$

em que $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, n_d$, $C_r \in [0,1]$ é a taxa de cruzamento definida pelo usuário, enquanto o índice $\delta_i = \mathcal{I}_{(n_d)}$ assegura que $u_{i,j}^t \neq x_{i,j}^t$.

D. Seleção

O operador de seleção consiste em um torneio entre os indivíduos teste e os indivíduos da população atual. Sendo assim, eles serão comparados com base no valor de função objetivo, seguindo para a próxima geração aquele que apresentar maior/menor valor para o caso de maximização/minimização. Uma descrição deste operador para o caso de minimização é dada por:

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} u_i^t, & \text{se } f(u_i^t) \leq f(x_i^t) \\ x_i^t, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (26)$$

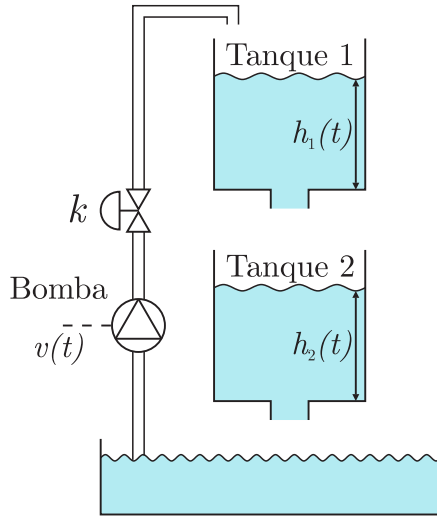


Figura 3. Sistema de Controle de Nível de Dois Tanques Acoplados.

VI. SISTEMA DE CONTROLE DE NÍVEL

A fim de avaliar o desempenho do algoritmo de otimização, foi considerado um sistema físico de controle de nível baseado em dois tanques interligados. A seguir, são apresentados os detalhes de construção e identificação da planta experimental.

A. Visão Geral do Sistema

O sistema consiste em dois tanques verticais interligados por um tubo flexível, formando uma estrutura de tanques acoplados desnivelados. Com o intuito de introduzir atraso de transporte entre os tanques, foi utilizado um tubo propositalmente longo. Essa configuração pode ser visualizada na representação esquemática ilustrada na Figura 3. O fluido é conduzido do reservatório até o primeiro tanque por meio de uma bomba submersa controlada eletronicamente, e o nível do segundo tanque varia conforme o escoamento entre os dois tanques. Tal interação dinâmica é monitorada por meio dos sensores de vazão de entrada do primeiro tanque e de nível do segundo tanque.

O objetivo de controle é garantir que o nível do segundo tanque acompanhe um valor de referência. Para isso, o sistema de controle deve lidar com o escoamento do segundo tanque. Portanto, para fazer com que a variável de processo, o nível do segundo tanque, se iguale ao sinal de referência, a variável manipulada é a vazão de entrada do primeiro tanque, determinada pela bomba submersa no reservatório. Além disso, este último recebe a vazão de saída do segundo tanque.

B. Arquitetura do Sistema

Na planta didática utilizada, um sensor de nível ultrassônico é usado para medir o nível do segundo tanque e um sensor de vazão do tipo turbina é usado para medir a vazão de entrada do primeiro tanque. No topo dos tanques, existem chaves de segurança do tipo boia para impedir o transbordamento.

Complementando os elementos físicos e a instrumentação, o sistema embarcado é responsável pela coleta, processamento

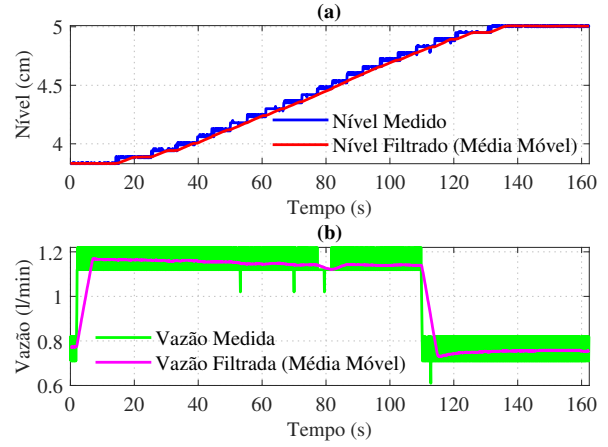


Figura 4. Ensaio para obtenção da curva de reação, sendo (a) a variável de processo e (b) a variável manipulada.

e transmissão dos dados da planta. Tais funções são exercidas pelo módulo Node MCU, baseado no microcontrolador ESP8266. As principais características dos sensores e atuadores utilizados estão resumidas na Tabela 1.

Os sinais provenientes dos sensores são adquiridos periodicamente com intervalo de 0,1 segundo por meio de uma rotina de interrupção implementada no *firmware* do sistema embarcado, assegurando uma frequência de amostragem. Após cada leitura, os dados brutos são processados localmente e enviados por meio de comunicação serial ao computador.

C. Identificação da Planta

A obtenção de um modelo matemático que representa a dinâmica do sistema é feita por meio de um processo de identificação empírica da planta. Nesse contexto, um dos métodos propostos em [17] é o da curva de reação, que é adotado neste trabalho. O procedimento consiste na aplicação de um sinal de entrada à planta, seguido da aquisição dos sinais de vazão de entrada e do nível do segundo tanque. A Figura 4 apresenta os dados experimentais obtidos, incluindo o sinal de entrada na forma de pulso, a resposta medida e a resposta suavizada por meio de um filtro de média móvel com janela de 5 segundos.

A função de transferência que representa a dinâmica da planta é:

$$G(s) = \frac{0.02784}{s(10.3s + 1)} e^{-10.8s}. \quad (27)$$

A validação do modelo é realizada simulando a aplicação do mesmo sinal de entrada utilizado no experimento. A comparação entre a resposta simulada e os dados experimentais é apresentada na Figura 5.

VII. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

Dada a função de transferência da Equação (27), duas simulações numéricas foram conduzidas. A primeira simulação tem como principal objetivo demonstrar que os

Tabela I
CARACTERÍSTICAS DOS SENSORES E ATUADORES UTILIZADOS

Componente	Modelo/Tipo	Faixa de Operação	Resolução/Precisão	Resposta/Comando
Sensor de Nível	HC-SR04 (Ultrassônico)	2 – 400 cm	0,3 cm	Tempo de Propagação da Onda Sonora
Sensor de Vazão	YF-S201 (Pulsado)	0,3 – 6 l/min	$\pm 3\%$	Frequência de Pulsos Proporcionais à Vazão
Bomba Submersa	Bomba DC 12 V	Até 1,5 l/min	-	Controlada por PWM

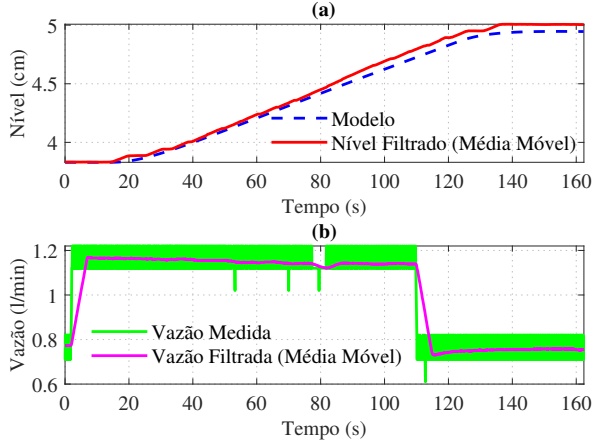


Figura 5. Comparação entre o modelo e os dados experimentais, sendo (a) a variável de processo e (b) a variável manipulada.

métodos analítico e numérico são capazes de estimar o máximo valor de atraso de maneira semelhante a partir da solução de problemas de otimização irrestritos. Além disso, as respostas temporais da saída do sistema $y(t)$ e da ação de controle $u(t)$ serão investigadas a fim de verificar o comportamento quando os limites de saturação não são incluídos por meio de restrições de desigualdade.

Para isso, a primeira simulação compreende a solução dos problemas de otimização descritos nas Equações (21) e (22), utilizando o algoritmo Evolução Diferencial. Em ambos, os parâmetros do algoritmo escolhidos estão apresentados na Tabela II. Por fim, o sinal de referência $r(t)$ escolhido é um degrau unitário. Tal sinal é descrito matematicamente por:

$$r(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (28)$$

De maneira similar, a segunda simulação também considera um sinal de entrada na forma de um degrau unitário e os parâmetros descritos na Tabela II para configuração dos algoritmos. A principal diferença consiste na inclusão dos limites de saturação dos atuadores no problema de otimização por meio de duas restrições de desigualdade, tratadas por meio

Tabela II
CONFIGURAÇÃO DOS ALGORITMOS EVOLUÇÃO DIFERENCIAL E BISSEÇÃO

Evolução Diferencial		Bisseção	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$[K_p \ K_i]$	$[1 \times 10^{-2} \ 5]$	$iter$	10
$[K_i \ K_d]$	$[1 \times 10^{-2} \ 5]$	It_{max}	50
$[K_d \ \alpha]$	$[1 \times 10^{-2} \ 100]$	Δf	1×10^{-2}
N	20	β	3
M	100		
$[F \ \bar{F}]$	$[0,5 \ 1]$		
C_r	0,5		

do método de penalidades da seguinte forma:

$$f = \begin{cases} IAE + (1 \times 10^{25})g_1, & \text{se } g_1 \geq 0 \\ IAE + (1 \times 10^{25})g_2, & \text{se } g_2 \geq 0 \\ IAE + (1 \times 10^{25})g_1 + (1 \times 10^{25})g_2, & \text{se } g_1, g_2 \geq 0 \\ IAE, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (29)$$

em que $g_1 = \max(u) - u_{max}$ e $g_2 = u_{min} - \min(u)$.

Sendo assim, o objetivo do segundo experimento é avaliar o comportamento do método numérico proposto baseado na convergência e nos sinais de saída $y(t)$ e ação de controle $u(t)$.

VIII. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A. Simulação 1

A solução do problema de otimização descrito pela Equação (21) para a Simulação 1 resultou em um atraso máximo tolerável de $\tau = 41,4048$ segundos em que os parâmetros ótimos do controlador PID são: $K_p = 0,7718$, $K_i = 0,0100$, $K_d = 5,000$, $\alpha = 0,0100$. Baseado no valor de atraso máximo obtido, os limites utilizados para o método da bisseção foram $\tau \in [0,50]$. Ao final, a solução do método numérico proposto resultou em um atraso máximo tolerável $\tau = 35,9406$ segundos, sendo os parâmetros ótimos do controlador PID dados por: $K_p = 0,8295$, $K_i = 0,0100$, $K_d = 5,000$ e $\alpha = 0,0100$.

Os sinais de saída e ação de controle obtidos estão apresentados nas Figuras 6 e 7 respectivamente para oito valores de atrasos igualmente espaçados no intervalo $\tau = [0,40]$, enquanto que a Figura 8 ilustra o comportamento da convergência dos métodos utilizados.

O resultado de convergência dos métodos evidencia certo conservadorismo presente no método numérico em comparação com o analítico, uma vez que converge para

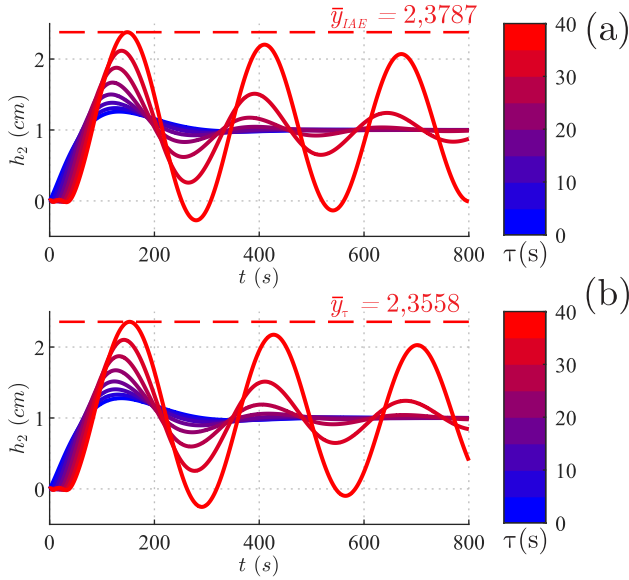


Figura 6. Sinal de saída do sistema de controle quando um degrau unitário é aplicado na entrada sem considerar a saturação dos atuadores, sendo (a) Método Numérico e (b) Método Analítico.

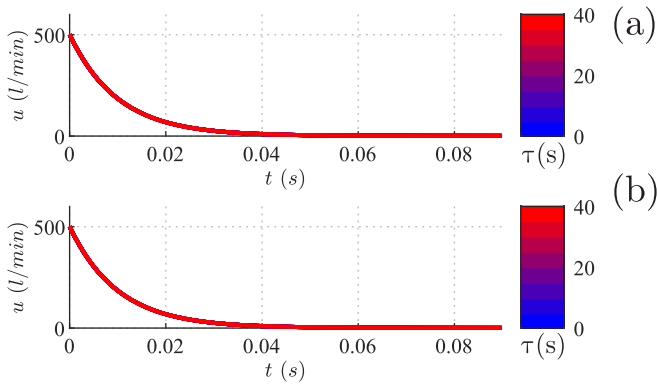


Figura 7. Sinal de ação de controle do sistema de controle quando um degrau unitário é aplicado na entrada sem considerar a saturação dos atuadores, sendo (a) Método Numérico e (b) Método Analítico.

valor menor de máximo atraso tolerável. Além disso, tal característica também torna-se visível no comportamento do sinal de saída obtido para o método numérico, uma vez que o sinal de saída permanece estável para valores maiores de atraso do que o valor encontrado. Em vista disso, pode-se afirmar que o método numérico proposto fornece uma aproximação do valor de atraso tolerável.

Apesar da diferença entre os valores de máximo atraso tolerável obtidos, ambos apresentam sinais de saída, ação de controle e parâmetros ótimos do controlador PID similares. Conforme destacado em [12], a solução $[K_i \ K_d] = [\bar{K}_i \ \bar{K}_d]$ é esperada por conta dos efeitos das ações integral e derivativa na fase do sistema. Do ponto de vista prático, a escolha dos parâmetros com elevados valores de K_d é problemática por gerar ações de controle com valores que não estão contidos nos limites dos atuadores como ilustrado na Figura 7.

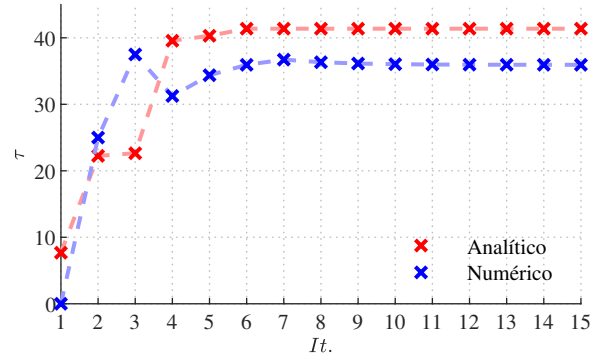


Figura 8. Evolução do Valor de Atraso Máximo Tolerável obtida por meio dos Métodos Analítico e Numérico para o Primeiro Experimento.

B. Simulação 2

A partir do resultado obtido na Simulação 1 para o método proposto, é assumido que o valor máximo de atraso será menor quando a saturação dos atuadores for considerada. Por isso, os limites utilizados no método da bisseção foram $\tau \in [0 \ 50]$. Como solução, o máximo atraso obtido é $\tau = 19,3512$ segundos, com os parâmetros ótimos do PID iguais a $K_p = 0,2621$, $K_i = 0,0100$, $K_d = 5$, $\alpha = 14,8045$.

Os sinais de saída e ação de controle obtidos para oito valores de atraso espaçados igualmente no intervalo $\tau = [0 \ 19,3512]$ e o comportamento da convergência do método proposto estão apresentados nas Figuras 9 e 10 respectivamente. Note que a diminuição entre o valor do atraso na presença de saturação dos atuadores aponta para um compromisso entre robustez e esforço de controle.

Assim como na Simulação 1, $[K_i \ K_d] = [\bar{K}_i \ \bar{K}_d]$, demonstrando consistência dos resultados em relação ao objetivo proposto. Entretanto, o parâmetro α apresenta aumento considerável. Tal comportamento revela que descartar componentes de alta frequência utilizando o sinal filtrado de $e(t)$ na implementação da ação derivativa do controlador pode ser útil na presença de saturação, além de aumentar a robustez do controlador a ruídos de medição.

Por último, vale destacar que a dinâmica no segundo experimento é mais lenta e oscilatória em comparação com a dinâmica obtida no primeiro experimento. A diferença é justificada pelo compromisso entre desempenho, esforço de controle e robustez.

IX. CONCLUSÕES

Este trabalho trata a sintonia ótima de controladores PID a fim de maximizar o atraso tolerável para sistemas dinâmicos sujeito a atuadores saturantes. Como alternativa ao método analítico desenvolvido em [12], um método numérico baseado nos algoritmos evolução diferencial e bisseção é proposto. Dois experimentos numéricos são feitos considerando o modelo de um sistema de nível de dois tanques interligados obtido por meio de um processo de identificação com dados experimentais reais.

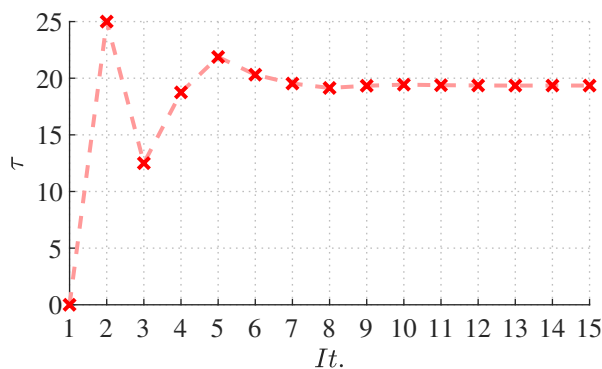


Figura 9. Evolução do Valor de Atraso Máximo Tolerável obtida por meio do Método Numérico Proposto para o Segundo Experimento.

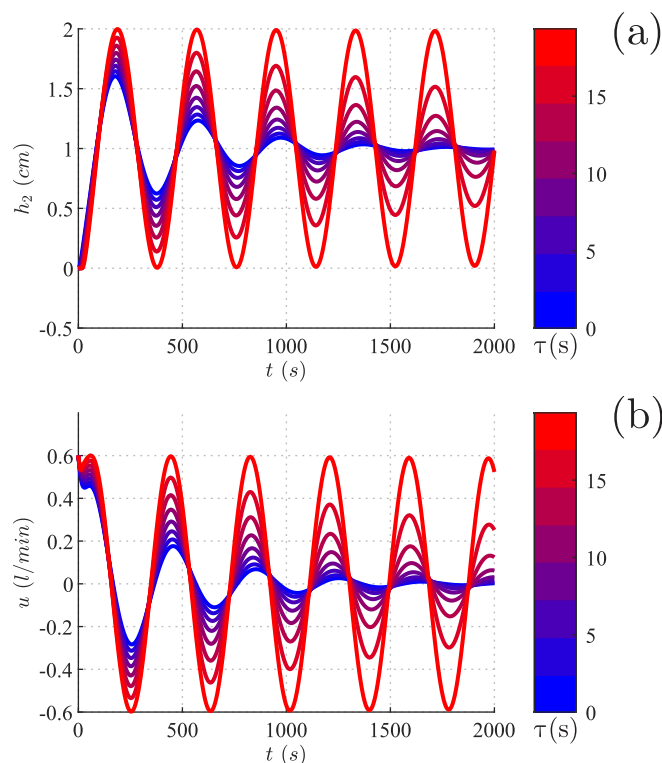


Figura 10. Respostas do sistema de controle quando um degrau unitário é aplicado na entrada na presença de saturação dos atuadores, sendo (a) Sinal de Saída e (b) Esforço de Controle.

Os resultados indicam que existe conservadorismo na solução proposta. Outra desvantagem consiste na falta de garantias formais de estabilidade do sistema em malha-fechada. Apesar disso, o método é capaz de resolver o problema de otimização restrito definido, maximizando o atraso tolerável, respeitando os limites de saturação dos atuadores simultaneamente.

Como propostas de continuação, são sugeridos a formulação do problema para uma classe geral de controladores, para sistemas MIMO e o tratamento dos compromissos por meio de algoritmos de otimização multiobjetivo.

REFERÊNCIAS

- [1] T. Hägglund and J. L. Guzmán, "Give us PID controllers and we can control the world," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 58, no. 7, pp. 103–108, 2024.
- [2] T. Samad, "A survey on industry impact and challenges thereof [technical activities]," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 37, no. 1, pp. 17–18, 2017.
- [3] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *Transactions of the American society of mechanical engineers*, vol. 64, no. 8, pp. 759–765, 1942.
- [4] D. E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad, "Internal model control: PID controller design," *Industrial & engineering chemistry process design and development*, vol. 25, no. 1, pp. 252–265, 1986.
- [5] A. Rodríguez-Molina, E. Mezura-Montes, M. G. Villarreal-Cervantes, and M. Aldape-Pérez, "Multi-objective meta-heuristic optimization in intelligent control: A survey on the controller tuning problem," *Applied Soft Computing*, vol. 93, p. 106342, 2020.
- [6] S. B. Joseph, E. G. Dada, A. Abidemi, D. O. Oyewola, and B. M. Khammas, "Metaheuristic algorithms for PID controller parameters tuning: Review, approaches and open problems," *Heliyon*, vol. 8, no. 5, 2022.
- [7] J. P. Hespanha, P. Naghshtabrizi, and Y. Xu, "A survey of recent results in networked control systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 138–162, 2007.
- [8] S. Tarbouriech, G. Garcia, J. M. G. da Silva Jr, and I. Queinnec, *Stability and stabilization of linear systems with saturating actuators*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [9] A. Javadian, N. Nariman-Zadeh, and A. Jamali, "Evolutionary design of marginally robust multivariable PID controller," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 121, p. 105938, 2023.
- [10] R. Bălescu and M. Șașcă, "Optimization to robustify controllers using the disk margin tool," in *2024 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*. IEEE, 2024, pp. 1–6.
- [11] J. Chen and J. Chen, "Tradeoff between delay margin and asymptotic tracking by PID control," in *2020 European Control Conference (ECC)*. IEEE, 2020, pp. 374–379.
- [12] J. Chen, D. Ma, Y. Xu, and J. Chen, "Delay robustness of PID control of second-order systems: Pseudoconcavity, exact delay margin, and performance tradeoff," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 67, no. 3, pp. 1194–1209, 2021.
- [13] K. Sanoj and V. D. Ram, "Optimal PID controller tuning for multivariable unstable systems by minimizing itae criteria," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 57, pp. 391–396, 2024.
- [14] K. Ogata, *Modern control engineering*. Pearson, 2020.
- [15] M. J. Kochenderfer and T. A. Wheeler, *Algorithms for optimization*. MIT Press, 2019.
- [16] R. Storn and K. Price, "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of global optimization*, vol. 11, pp. 341–359, 1997.
- [17] D. E. Seborg, T. F. Edgar, D. A. Mellichamp, and F. J. Doyle III, *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2016.